

حل معادله در

Mathstudio

همان‌طور که در شکل ۱ نمایان است، معادله‌های اول و دوم حل شده‌اند، ولی برای معادله سوم جوابی مشخص نشده است؛ چون درجه معادله بالاتر از ۲ است.

دستوری برای حل همه معادله‌ها

برای حل معادله $f(x)=0$ از دستور $Solve(f(x),x)$ یا $Solve(f(x)=0,x)$ استفاده می‌کنیم. برای مثال، حل معادله‌های $x^2-9x=0$ و $x^2-ax=0$ را در شکل ۲ می‌بینیم. در معادله دوم جواب‌ها بر حسب a مشخص شده‌اند.

$$Solve(x^3-9x=0,x)$$

$$[-3, 0, 3]$$

$$Solve(x^2-a*x=0,x)$$

$$\left[\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2}}{2}, \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2}}{2} \right]$$

شکل ۲

این دستور توانایی حل معادلات گویا و نمایی را هم دارد.

$$Solve((2x+1)/(x-1)=5)$$

$$2$$

$$Solve(x^3-2x+1=0)$$

$$[-1.61803, 0.61803, 1]$$

$$Solve(e^x=x+2,x)$$

$$[1.14619, \dots]$$

شکل ۳

اشاره

در ادامه مقاله‌های قبلی در مورد آموزش نرم‌افزارهای ریاضی در سیستم‌عامل اندروید، در این شماره مجله حل معادله‌های جبری، غیرجبری، دستگاه معادلات و معادله‌های مثلثاتی و ماتریسی مطرح می‌شود.



قاسم حسین قنبری
دبیر ریاضی سمنان

مقدمه

در طول تاریخ ریاضی حل معادله همیشه یکی از مسائل اساسی بوده است. خوارزمی برای حل معادله، جبر را توسعه داد و حل «مسئله فرما» نیز در سال‌های اخیر تعجب و تحسین همه را برانگیخت. در این مختصر سعی ما بر این است که حل معادله را روی گوشی‌های تلفن همراه به یک سرگرمی تبدیل کنیم تا دانش‌آموزان با کمک گوشی یا تبلت‌های خود به کندوکاو در معادلات بپردازند و از زوایای مختلف، آن را بررسی کنند.

در نرم‌افزار «Mathstudio» برای حل یک معادله درجه یک یا دو کافی است معادله را بنویسیم و حالت «Solve» را انتخاب کنیم. برای مثال، حل معادله $2x^2-5x+2=0$ را در شکل ۱ ملاحظه می‌کنید.

$$2x^2-5x+2=0$$

$$\left[\frac{1}{2}, 2 \right]$$

$$x^2=5$$

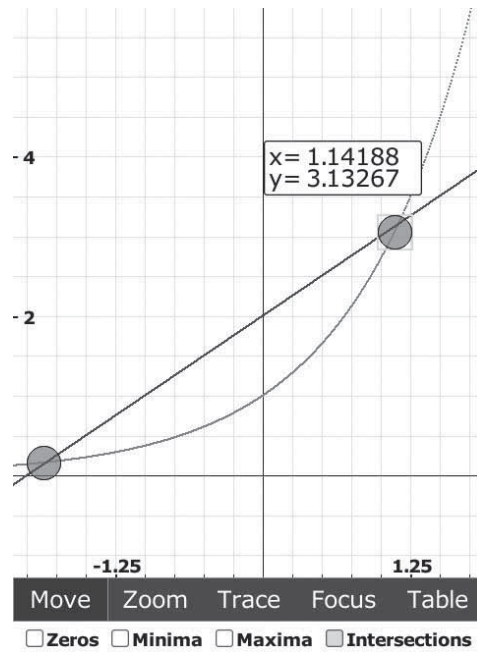
$$[\sqrt{5}, -\sqrt{5}]$$

$$x^3=2$$



شکل ۱

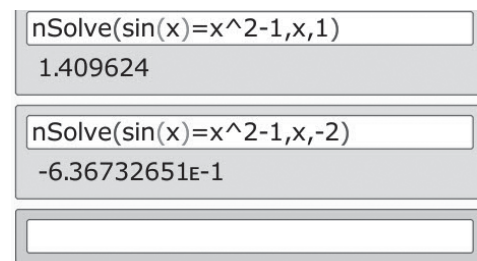
$e^x = x + 2$ ابتدا نمودار دو تابع $g(x) = x + 2$ و $f(x) = e^x$ را با هم رسم می‌کنیم. سپس از میان گزینه‌های موجود حالت «intersection» را انتخاب می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۶ مشخص شده، یکی از جواب‌های معادله $1/14188$ است.



شکل ۶

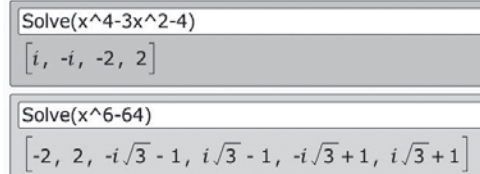
حل معادله با روش نیوتن

برای حل برخی از معادلات از دستور $nSolve(f(x)=0, x, a)$ استفاده می‌کنیم که a حدس اولیه از جواب محسوب می‌شود که به جواب نزدیک است (حرف S باید بزرگ باشد). مبنای این دستور روش نیوتن است. برای مثال، به‌منظور حل معادله $1 - \sin(x) = x^2$ با رسم شکل، حدس می‌زنیم معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد. حدس مثبت را ۱ و حدس منفی را ۲- در نظر می‌گیریم.



شکل ۷

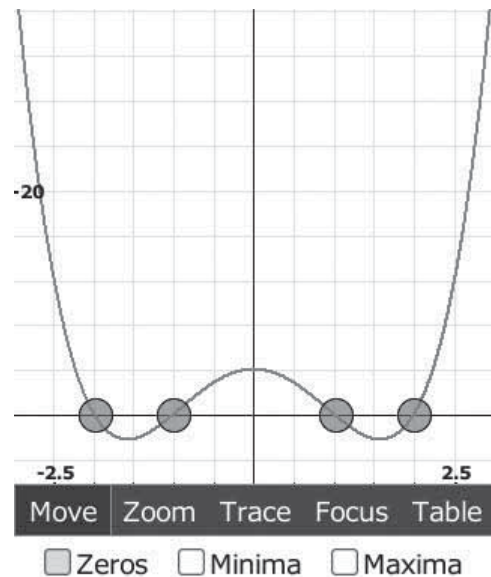
یکی از ویژگی‌های این دستور آن است که جواب‌های مختلط معادله را نیز مشخص می‌کند. برای مثال، معادله $x^6 - 64 = 0$ فقط دو جواب حقیقی دارد، ولی دستور Solve جواب‌های مختلط آن را نیز مشخص کرده است.



شکل ۴

حل معادله به روش هندسی

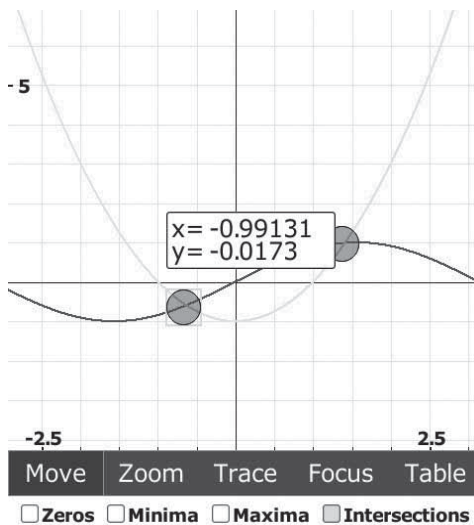
برای حل معادله $f(x) = 0$ ، نمودار تابع را رسم و در فاصله‌های متفاوت نمودار را بررسی می‌کنیم. برای مثال، به‌منظور حل معادله $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ، نمودار تابع $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ را رسم می‌کنیم (شکل ۵).



شکل ۵

برای داشتن چنین تصویری، ابتدا نمودار را رسم می‌کنیم. سپس روی تصویر دوبار کلیک می‌کنیم و از گزینه‌های پایین تصویر حالت «Zeros» را برمی‌گزینیم. با لمس هر نقطه مختصات آن نقطه و جواب معلوم می‌شود. برای حل هندسی برخی از معادله‌ها بهتر است معادله را به صورت $f(x) = g(x)$ درآوریم. سپس نمودار دو تابع را با هم در یک دستگاه رسم کنیم، نقاط مشترک را تعیین کنیم و مختصات آن‌ها را بیابیم. برای مثال، به‌منظور حل معادله

بنابراین جواب مثبت $1/409624$ و جواب منفی که با نماد منفی نمایش داده شده، $-0/636732651$ است. حال اگر به روش هندسی بخواهیم جواب را بیابیم به خطا برمی خوریم.

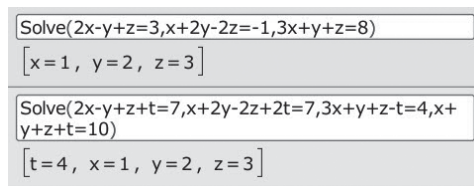


شکل ۸

با توجه به شکل ۸ جواب منفی $-0/99131$ است که با جواب قبلی تفاوت دارد. اگر با نرم افزار mathematica معادله را حل کنیم، جواب دستور nSolve تأیید می شود. از اینجا نتیجه می گیریم که جواب های روش هندسی دقیق نیستند، ولی این روش برای حدس اولیه مفید است.

دستگاه معادلات

برای حل دستگاه n معادله و n مجهول کافی است که این معادله ها را در دستور Solve بنویسیم. در شکل ۹ یک دستگاه شامل سه معادله و سه مجهول و یک دستگاه شامل چهار معادله و چهار مجهول حل شده است.



شکل ۹

معادلات مثلثاتی

برای حل معادله مثلثاتی $f(x)=0$ در بازه $[a,b]$ از

این دستور استفاده می کنیم:

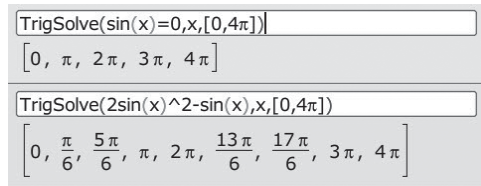
یا $\text{Solve}(f(x),x,[a,b])$

$\text{TrigSolve}(f(x),x,[a,b])$

معمولاً a و b مضرب هایی از عدد پی هستند.

در شکل ۱۰ معادله های $\sin(x)=0$ و $2\sin^2(x)-\sin(x)=0$

در بازه $[0,4\pi]$ حل شده اند.

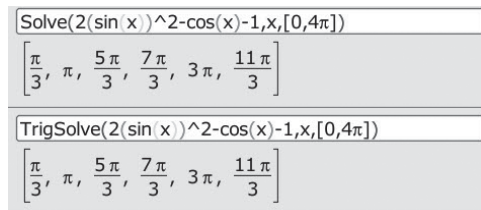


شکل ۱۰

به عنوان مثالی دیگر، معادله $2\sin^2(x)-\cos(x)=1$

را با دستور Solve و TrigSolve و به روش هندسی

حل می کنیم.



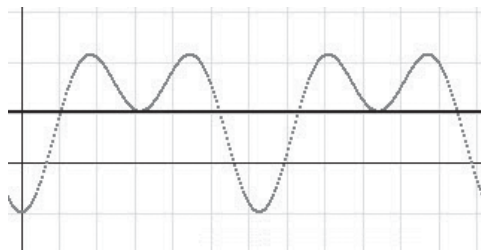
شکل ۱۱

در صورتی که نمودار دو تابع $f(x)=1$ و

$g(x)=2\sin^2(x)-\cos(x)$ را با هم رسم کنیم، شکل ۱۱

به دست می آید. در این شکل چهار نقطه برخورد برای دو

تابع وجود دارد که چهار جواب معادله هستند.



شکل ۱۲

معادله های ماتریسی

فرض که می خواهیم معادله ماتریسی $A \times X = B$

را حل کنیم که در آن A و B دو ماتریس معلوم

$$A = [[2, 3, -1], [5, 1, 2], [1, 3, 2]]$$

2	3	-1
5	1	2
1	3	2

$$B = [[7], [18], [14]]$$

7
18
14

$$\text{SolveLinear}(A, B)$$

2
2
3

و X ماتریس مجهول است. برای حل این معادله در صورتی که معادله جواب داشته باشد، از دستور $\text{SolveLinear}(A, B)$ استفاده می‌کنیم. در شکل ۱۳

$$\text{معادله } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \times X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 13 & 47 \end{bmatrix} \text{ حل شده است.}$$

$$A = [[2, -1], [3, 5]]$$

2	-1
3	5

$$B = [[0, 1], [13, 47]]$$

0	1
13	47

$$\text{SolveLinear}(A, B)$$

1	4
2	7

شکل ۱۴

در این مختصر به حل انواع معادله‌هایی که در دوره دبیرستان مطرح می‌شوند و روش حل آن‌ها به کمک Mathstudio پرداختیم. این نرم‌افزار توانایی حل معادله دیفرانسیل را نیز دارد که جزو ریاضیات دبیرستانی نیست. امید است که دانش‌آموزان در دانشگاه به این موضوع بپردازند و این مسیر را کامل کنند.

شکل ۱۳

$$\text{در شکل ۱۴ نیز معادله } \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \times X = \begin{bmatrix} 7 \\ 18 \\ 14 \end{bmatrix} \text{ حل شده است.}$$

پرسش‌های پیکار جو!



در مثلث ABC که زاویه‌های حاده دارد، نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها را H می‌نامیم. اگر داشته باشیم: $BH^2 + AC^2 = 2BC^2$ ، اندازه زاویه A کدام است؟

- (الف) 45° (ب) 30° (ج) 60°
(د) $22/5^\circ$ (ه) 15°

۳. به جای X چه عددی باید قرار بگیرد؟

$$131 \quad 517 \quad 192 \quad X$$

تفویح اندیشه!

